

有效數字的正確使用

農試所作物組 呂椿棠

農試所副所長 呂秀英

一、前言

研究人員在實驗過程中或是撰寫報告、整理圖表時，常常遇到數字不知道要取到幾位數的問題。此涉及到「有效數字(effective number)」的基本觀念，尤其在統計應用上，由於很多計量資料在測量時受限於工具的精確度，總有無法避免的誤差；另記錄資料時，可能配合實務需要記錄成較簡約的數值。因此記錄結果的數字，當如何以有效數字的方法來表示實驗精確度，是每位研究人員應具備的重要基本知能。

二、有效數字的表示法

在自然科學領域裡，用來記錄結果的數字，幾乎全是由觀測得來。有效數字，簡單來說就是測量時可判讀的數字，亦即確實有根據的數字。當多次測量同一物件，所有觀測值是固定不變的數字，該數字稱為「精確數字」或「可靠數字」(certain digits)，例如3次秤量某化學合成物的結果各為 4.0843, 4.0842, 4.0844 (g)，則前四個數字是可靠數字，第五位則否，稱為「欠準數字」

(uncertain digits)。在實際工作中，為不降低觀測值的準確度，最後一位數允許是欠準的，但不能再多。因此，這可靠數字加上一位估計之欠準數字所組合的所有數字，稱為有效數字。而「有效位數(significant figures or significant digits)」為可靠數字與欠準數字的位數之總和，即可靠數字的位數加一，如本例的3次測量值是5位有效數字。

三、有效數字的位數決定準則

有效數字的位數決定準則，整理如(表一)所示。「0」這個數字的出現常令有效位數有些困擾，其原則為：小數點後面的「0」與夾在數字中間的「0」均為有效數字，所有非零數值前的「0」均不是有效數字，因此例如3.0075是5位有效數字、0.0360是3位有效數字。然而在整數中的尾數若為「0」時會具有混淆性，例如1500可能是2位有效數字，但也可能是3位或4位有效數字，除了在數學上可以利用非零後面加小數點符號「.»或零上面加符號「-」來定位有效數字外，在自然科學實驗上最常以科學記數法來表示較大測量值的有效數字，例如為正確表示1500 mL測量值的有效數字，可根據儀器的最小測量單位，以下列科學記數法來表示：

作者：呂椿棠副研究員
連絡電話：04-23317127

1.5×10^3 mL (2位有效數字, 表示 ± 100 mL)

1.50×10^3 mL (3位有效數字, 表示 ± 10 mL)

1.500×10^3 mL (4位有效數字, 表示 ± 1 mL)

這些數值都是1500 mL, 但精確度不同, 如 1.500×10^3 mL較 1.5×10^3 mL的精確度增加了一百倍, 因為最後多了兩個0, 這兩個0也是有效數字。倘若根據最小測量單位, 1500 mL需表示到5位有效數字時, 則應寫成1500.0 mL或以科學記數 1.5000×10^3 mL呈現。

四、實驗分析數據的有效數字

這可以從直接測量、計算及統計量之三種不同應用場合, 分別說明。

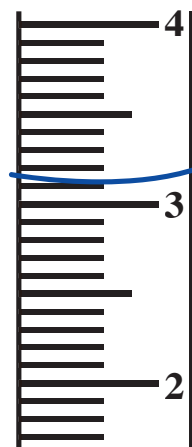
(一) 測量數據的有效數字

1. 具刻度之測量：通常我們以儀器最小能讀到的刻度值（精確數字）外加一位估計值（欠準數字）作為記錄的結果。例如（圖一）的量筒之最小測量單位是0.1 mL, 依刻度上可準確讀到的最小刻度為3.1 mL, 並可從3.1到3.2之間粗略估

計溶液體積大致為3.13 mL, 此「1」後面的「3」估計值可能隨不同的人判讀而有不同的估計差異, 所記錄的讀值3.13 mL是3位有效數字。

2. 數位化電子螢幕顯示：由於科技進步, 現代很多儀表顯示都已數位化（直接顯示數值），在正常情形下, 最後一位顯示的數值, 已包含了儀器幫忙估計的成分, 故通常以直接記錄有數值為原則。以電子天平為例, 同一藥品若用兩種不同精密度的天平稱重, 各得到1.20g及1.1835g兩組數據, 顯示這兩台天平的精密度分別為 ± 0.01 g及 ± 0.0001 g。

以第一台天平來說, 記錄數字1.20g中的「0」便很重要, 不能簡略寫成1.2g, 否則會讓人誤以為天平的稱重誤差為 ± 0.1 g。因此記錄實驗測量數據時, 要特別注意有效數字, 即記錄精確讀到的數值再加一位估計值。



圖一、量筒測量的實例（最小刻度0.1mL）。

表一、有效數字的位數決定準則

準 則	範 例
1. 所有非零數字皆為有效數字	148 (3位有效數字)、48.26 (4位有效數字)
2. 在兩非零數字間的數字亦皆為有效數字	4308 (4位有效數字)、3.0075 (5位有效數字)
3. 純小數中, 非零數字前面的零不計而後面的零要計入有效數字	0.0360 (3位有效數字)
4. 帶小數中, 非零數字後面的零皆為有效數字	2.30 (3位有效數字)
5. 整數後面的零, 可計或不計為有效數字, 除非零後面加小數點符號「.」或零上面加符號「—」	47,500 (3位有效數字)、1500 (2位有效數字)、1500. (4位有效數字)、1500 (3位有效數字)
6. 任何量度之數字皆可寫成科學記號： $a \times 10^b$; 則a的位數全為有效數字	4.75×10^4 (3位有效數字)、 4.750×10^4 (4位有效數字)
7. 非因測量得到的精確數字 (exact number), 有效位數為無窮多位	像是由定義而來的數字, 如 $1\text{in} = 2.54\text{cm}$ 、 π 、無理數、一世紀100年等; 與測量無關的計數值, 如3個果實等

但是，並非數位化儀器所顯示的數值，都必須完全記錄。儀器顯示的最小刻度值，應該要配合儀器的精密度。但儀器商基於成本問題，可能使用相同的顯示元件來生產不同精密度的儀器，造成其顯示數值可能多於實際的精密度；另外儀器確實夠精密，卻因為測量週遭環境影響，而可能超過儀器精密度的範圍。例如使用6位數精密電表測量電阻，結果數值後幾位連續不斷跳動（即選用太過精密的儀器），此時就沒有必要多記錄後面一直變動的數值，徒增計算和記錄的負擔而已。

3. 測量尺度轉換：當實際測量數據進行測量尺度的轉換後，原來測量值的有效位數應不變。例如以儀器測量到148.2mm的4位有效數字，若將此長度測量值的單位由mm轉換成cm表示時，應寫成14.82cm，以維持原有的4位有效數字。

(二) 計算數據的有效數字

在運算各有效數字時，先不要對個別數字進行四捨五入，應該在運算後，根據以下有效位數運算規則再進行四捨五入。

1. 加法、減法：以小數點的位數為準，取小數點後面位數最少者。例如3.145（4位有效數字）+1.12（3位有效數字）=4.265，最後應以四捨五入後數值4.27的3位有效數字來表示，因為1.12的小數點後第2位的「2」是欠準數字，加上其他數字所產生的合計數字，其小數點後第2位數後面的所有數字自然也是欠準的，不當作有效數字。

2. 乘法、除法：取所有運算式子中最少位數者。例如3.0（2位有效數字）×12.6（3位有效數字）=37.80，最後應以38的2位有效數字來表示。

3. 乘方、開根號：有效數字的位數不變。例如2位有效數字1.5的兩次方為 $1.5^2=2.25$ ，最後應以四捨五入後數值2.3的2位有效數字來表示。

(三) 統計數據的有效數字

一般統計軟體通常會將計算結果以至少8個有效位數來顯示統計量，但太多的位數不易閱讀，因此我們在撰寫報告或製作簡報時，為求精簡，在不影響其精準度下得將其四捨五入。以下列舉一些常用統計量之有效數字的表示原則。

1. 大部分的統計量需以2位有效數字，或當統計量數值<1時以小數點後2位數呈現，例如以下統計量：

相對比值：12, 2.6, 0.64

百分比：73%, 7.3%, 0.73%

相關係數(r)或迴歸決定係數(R²):
0.97, 0.23, 0.05

除非該統計量的數值小到0.01以下，例如0.0032，若將其四捨五入到小數點後第2位，會讓人以為數值是0，此時就應取到小數點後3位數，以0.003來表示。同理，若統計量的數值不超過1，也勿將其四捨五入到看起來等於1，例如0.995。

2. 標準差SD（或平均值標準差SE），通常需2個有效位數（除非SD或SE<0.01），而平均值(mean)須配合SD（或SE）的精確度，使兩者小數點後的位數一致，例如：

23500 ± 1300 (而非23538 ± 1341 等)

2350 ± 130

235 ± 13

2.35 ± 0.13

0.235 ± 0.013

由於這些例子中的SD(或SE)都是2位有效數字，而平均值應與SD(或SE)的小數點後位數是一樣的。

在某些情況下，有些性狀如高度、重量、年齡、公頃產量等，因平均值較大，且SD（或SE）本身從整數來看已可充分表現出應有的變異性，其所損失的精確度便顯得不重要，則可縮減SD（或SE）的有效位數，甚至簡約成整數呈現即可，而平均值配合SD（或SE）也一致取到整數，例如：

高度：178 ± 7 cm

重量：67 ± 5 kg

年齡：23 ± 4 y

但若是 23.4 ± 0.4 則不應取至整數，否則會讓人以為誤差項（SD或SE）是0。

一些統計顯著性測驗法，如卡方、t、F等測驗的檢定值，通常以小數點後2位數來表示即可，例如記錄 $t = 2.56$ 。

顯著性機率值(P)，常以 * 及 ** 來表示顯著性測驗是否已達 $P < 0.05$ 及 $P < 0.01$ 之顯著水準，但有時候統計圖表內因需要而直接顯示所計算出的P機率值時，為避免讓圖表看起來擁擠，除非精確P值是必要的，否則該P值勿超過2位有效數字，例如應寫成 $P = 0.002$ 、 0.04 、 0.35 等。

廣告

是甜頭？還是陷阱

遇到這些情形，請提高警覺：有人以執行公務為理由，要求核對你的個人及帳戶資料；網站客服人員主動通知並指導你操作提款機(ATM)，或被要求辦理解除分期付款；無端接到法院傳票或中獎通知……

小心！這可能是詐騙陷阱，一旦有疑慮，請打165

行政院
Executive Yuan

165專線自93年4月26日成立迄101年11月底止，已接獲497萬3,455通諮詢電話，有效防堵詐騙，並預防民衆被騙金額已達103億4,469萬餘元。

更多反詐騙資訊請搜尋 165 www.165.gov.tw

2012
台灣
好政點